

## Penentuan Analitik Frekuensi Alami dan Modus Getar Tabung Motor Roket RX 450 dengan Metode Holzer

Agus Budi Djatmiko<sup>1)</sup>, Fauzhia Rahmasari<sup>2,\*)</sup>, Erma Yuniaty<sup>3)</sup>, Fogot Endro Wibowo<sup>4)</sup> dan Mareta Eko Pujiyanto<sup>5)</sup>

<sup>1</sup> Peneliti Pusat Teknologi Roket BRIN  
<sup>2,3,4,5</sup> Jurusan Mesin Fakultas Teknologi Industri Universitas Jayabaya

<sup>\*)</sup> Corresponding author: fauzhiarahmasari@gmail.com

### Abstract

*The vibrations caused by the rocket's combustion process propagate toward the rocket motor's tube structure. The structure of the rocket motor tube is designed to withstand the loads that occur during the flight mission. Due to the torsional load that causes rotation, there will be a displacement along the tube, a function of the angular position and time  $t$ , which can cause vibration, so the safety factor from the natural frequency value have to be known. For this purpose, the rocket motor tube is simplified using an approximation method to obtain analytically complex variables by discretizing a continuous system into a certain number of small elements. This study aimed to determine the extent of the safe limit value of the rocket against vibration. For this reason, we will look for the natural frequency value of the RX 450 rocket motor tube in 3 degrees of freedom and the vibration mode with the Holzer method. The research was conducted on the RX 450 rocket motor tube structure made of 17-7 PH stainless steel. At tensile stress  $= 50.5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$  and shear modulus  $G = 7.2 \text{ Gpa}$ , the magnitude of the natural frequency of the rocket motor tube within five degrees of freedom in the direction of rotation, namely  $1 = 0 \text{ rad/second}$ ,  $2 = 2811, 4 \text{ rad/second}$  and  $3 = 5360.98 \text{ rad/second}$   $4 = 7383.85 \text{ rad/second}$  and  $5 = 8958.15 \text{ rad/second}$ . With the maximum frequency value  $5 = 8958.15 \text{ rad/second}$ , the maximum shear stress in the tube is  $4.86E+07 \text{ N/m}^2$ , and the safety factor (SF) = 5.14, which confirms that the tube is quite safe from torsional load disturbance. At frequencies 1 and 2, the tube is much safer and the obtained safety factor = 5,14.*

### Abstrak

Getaran yang diakibatkan oleh proses pembakaran pada roket merambat menuju struktur tabung motor roket. Struktur tabung motor roket didesain untuk menahan beban-beban yang terjadi selama misi penerbangan. Karena adanya beban torsi yang mengakibatkan rotasi, maka akan ada perpindahan sepanjang tabung yang merupakan fungsi posisi sudut  $\theta$  dan waktu  $t$  yang dapat menyebabkan timbulnya getaran sehingga perlu diketahui nilai *safety factor* dari nilai frekuensi natural. Untuk keperluan itu, tabung motor roket disederhanakan dengan menggunakan metode pendekatan untuk mendapatkan variabel yang sulit secara analitik dengan cara diskritisasi sistem kontinu menjadi elemen-elemen kecil sejumlah tertentu. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui sejauh mana nilai batas aman roket terhadap getaran. Untuk itu akan dicari nilai frekuensi natural tabung motor roket RX 450 dalam 3 derajat kebebasan dan modus getarnya dengan metode Holzer. Penelitian dilakukan terhadap struktur tabung motor roket RX 450 dari bahan stainless steel 17-7 PH. Pada tegangan Tarik  $\sigma_{\text{shear}} = 50,5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$  dan modulus geser  $G = 7,2 \text{ Gpa}$ , besarnya frekuensi natural tabung motor roket dalam lima derajat kebebasan dalam arah rotasi, yaitu  $\omega_1 = 0 \text{ rad/detik}$ ,  $\omega_2 = 2811,4 \text{ rad/detik}$  dan  $\omega_3 = 5360,98 \text{ rad/detik}$   $\omega_4 = 7383,85 \text{ rad/detik}$  dan  $\omega_5 = 8958,15 \text{ rad/detik}$ . Dengan nilai frekuensi maksimum  $\omega_5 = 8958,15 \text{ rad/detik}$  maka tegangan geser maksimum pada tabung adalah  $\tau = 4.86E+07 \text{ N/m}^2$  dan diperoleh faktor keamanan (SF) = 5,14.

**Kata kunci :** *Holzer method, safe factor, rocket tube*

## PENDAHULUAN

Pada saat roket terbang, terjadi gaya-gaya aerodinamika pada pusat massa roket yang dapat menyebabkan roket berotasi terhadap sumbu roket. Karena adanya gaya-gaya yang menyebabkan rotasi maka akan ada perpindahan  $u$  sepanjang tabung yang merupakan fungsi posisi  $\theta$  dan waktu  $t$  yang dapat menyebabkan timbulnya getaran [1].

Banyak sistem getaran yang dapat digambarkan sebagai sistem berparameter banyak. Dengan menguji respon sistem terhadap rangsangan harmonik pada berbagai frekuensi, maka frekuensi natural dan bentuk ragam dapat ditentukan. Salah satu metode analisis dalam pemecahan masalah getaran suatu struktur mekanik adalah menggunakan analisis modus getar [2].

Tabung dianggap sebagai benda yang mempunyai distribusi massa dan elastisitas, dianggap homogen dan isentropik. Pada saat perencanaan, tabung motor roket tidak boleh bekerja pada frekuensi naturalnya (frekuensi tabung itu sendiri) karena dapat menyebabkan roket bergetar karena mengalami resonansi dalam arti frekuensi tabung sama dengan frekuensi kerja tabung [3]. Untuk itu perlu dianalisa besarnya frekuensi natural tabung motor roket akibat gaya-gaya yang bekerja.

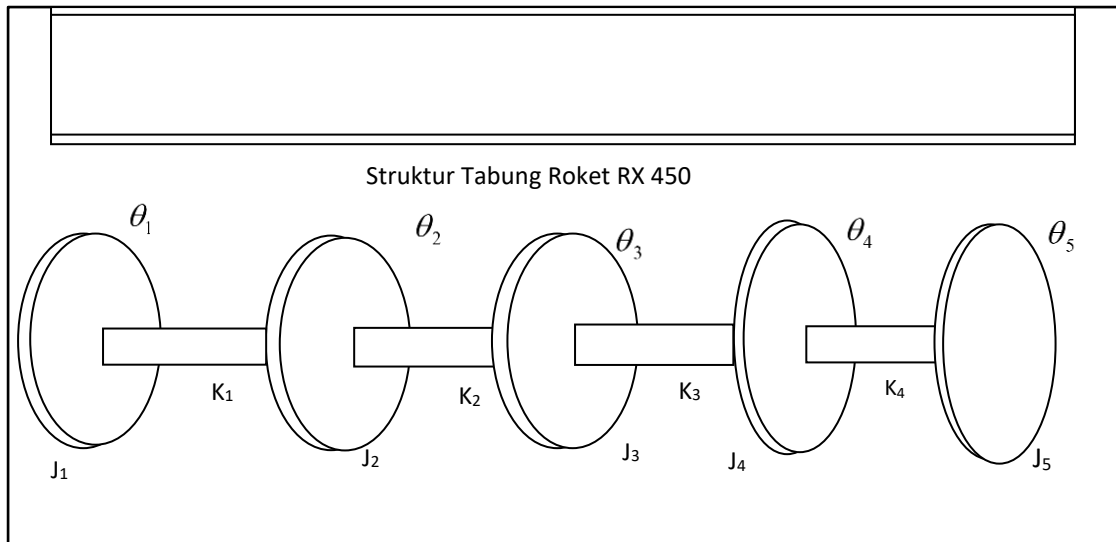
Perilaku dinamik suatu struktur ditentukan oleh parameter modus getarnya yaitu frekuensi pribadi, faktor redaman dan amplitudo modus getar. Dengan mengetahui perilaku dinamik, akan dapat diketahui keandalan dari sistem terhadap eksitasi dinamik yang terjadi dengan metode Holzer. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui sejauh mana nilai keamanan saat terbang bagi tabung motor roket RX 450 yang ditentukan dari frekuensi natural dalam arah rotasi. Frekuensi natural tabung tersebut dapat ditentukan dengan menggunakan metode Holzer. Dengan diketahui frekuensi ini, pemberian gaya eksitasi yang mendekati frekuensi natural dihindari, sehingga nilai kewanaman roket saat terbang bisa ditentukan. Selain itu dapat pula ditentukan modus getar (*mode shape*) tabung tersebut [4,5].

## METODE PENELITIAN

Jika suatu sistem tanpa redaman bergetar bebas pada salah satu frekuensi naturalnya, maka gaya atau torsi atau momen dari luar tidak diperlukan untuk mempertahankan getaran tersebut [6]. Begitu pula amplitudo dari bentuk ragam tidak penting bagi getaran. Memperhatikan kenyataan itu Holzer mengusulkan suatu perhitungan frekuensi natural dan bentuk ragam sistem torsi dengan mengambil sebuah frekuensi dan mulai dengan suatu amplitudo satuan pada salah satu ujung sistem. Kemudian menghitung torsi dan perpindahan sudut diujung yang lain. Frekuensi yang dihasilkan pada torsi luar nol atau syarat-syarat batas yang cocok pada ujung lain adalah frekuensi natural sistem. Metode ini dapat digunakan tiap sistem massa gumpalan [7,8].

### Prosedur Holzer untuk Sistem Torsi

Gambar 1 di bawah menunjukkan suatu tabung motor roket RX 450 yang disederhanakan menjadi sistem torsi yang terdiri suatu deret piringan yang dihubungkan oleh poros. Tabung motor roket dianggap sebagai massa yang seragam. Dalam pemodelannya tabung dibagi menjadi 5 bagian massa dan 4 bagian sebagai kekakuan kolom kemudian dianalisis persamaan gerakannya dengan metode Holzer.



Gambar 1. Sistem Torsi Struktur Tabung Roket RX 450

Dengan mengambil suatu frekuensi  $\omega$  dan amplitudo  $\theta_1 = 1$ , torsi inersia dari piringan pertama adalah sebagai berikut [9,10].

$$-J_1\ddot{\theta}_1 = J_1\omega^2\theta_1 = J_1\omega^2 \quad (1)$$

dimana getaran harmonik dilibatkan, torsi ini bekerja sepanjang poros 1 dan memuntir poros tersebut dengan

$$\frac{J_1\omega^2}{K_1} = \theta_1 - \theta_2 = 1 - \theta_2 \quad \text{atau} \quad \theta_2 = 1 - \frac{J_1\omega^2}{K_1} \quad (2)$$

dengan  $\theta_2$  diketahui, maka torsi inersia pada piringan kedua dihitung sebagai  $J_2\omega^2\theta_2$  jumlah torsi inersia pertama ini bekerja sepanjang poros  $K_2$  dan menyebabkan puntiran sebesar

$$\frac{J_1\omega^2 + J_2\omega^2\theta_2}{K_2} = \theta_2 - \theta_3 \quad (3)$$

dimana:

- $J_1$  : momen inersia massa tabung roket
- $J_2, J_3, J_4$  : momen inersia massa bagian dari tabung motor roket.

Dengan cara ini maka amplitudo dan torsi pada setiap piringan dapat dihitung. Hasil torsi pada ujung terjauh adalah

$$T_{ext} = \sum_{i=1}^n J_i\omega^2\theta_i \quad (4)$$

Yang kemudian dapat digambarkan untuk  $\omega$  yang dipilih. Dengan mengulang perhitungan untuk nilai  $\omega$  yang lain, maka frekuensi natural dapat diketahui, jika  $T_{ext} = 0$ , perpindahan sudut  $\theta_i$  yang bersesuaian dengan frekuensi natural adalah bentuk ragam.

### Torsional Tabung Motor Roket (K)

Kekakuan torsional dari material tabung motor roket dapat ditentukan dari kekuatan material yaitu [11].

$$\theta = \frac{M_t l}{JG} \quad (5)$$

Sedangkan  $K$  didefinisikan sebagai berikut.

$$K = \frac{M_t}{\theta} \quad (6)$$

Atau dalam bentuk lain

$$K = \frac{JG}{l} = \frac{\pi(d_0^4 - d_i^4)G}{32l} \quad (7)$$

dimana:

$d_i$  : diameter dalam tabung roket

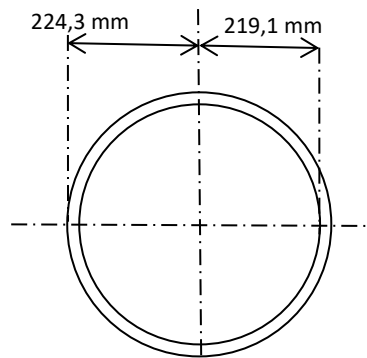
$d_0$  : diameter luar tabung roket

$G$  : modulus elastisitas geser dari tabung roket

$l$  : Panjang tabung roket

### Momen Inersia dari Tabung Roket (J)

Bentuk potongan dari tabung roket RX 450 dapat dilihat pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Bentuk Potongan Tabung Roket RX 450

Momen inersia massa dari potongan tabung roket dapat ditentukan dengan rumus sebagai berikut

$$J = \frac{1}{2}m(r_0^2 + r_i^2) \quad (8)$$

dimana:

$m$  : massa tabung

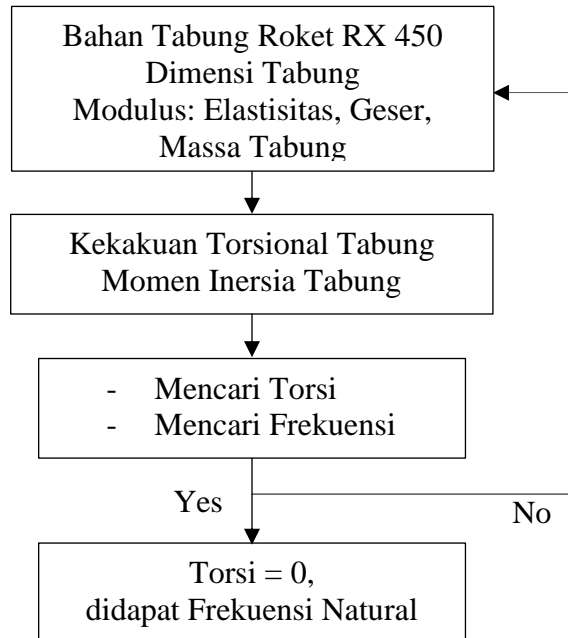
$L$  : panjang

$r_0$  : jari-jari luar

$r_i$  : jari-jari dalam

## Metodologi

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui karakteristik dinamik tabung motor roket RX 450. Yang dilakukan adalah mencari data tabung roket, kemudian menghitung kekakuan torsional, menghitung momen inersia massa dari tabung dan menghitung torsi, menghitung besarnya amplitudo. Skema kerja dalam penelitian ini digambarkan pada Gambar 3 berikut.



Gambar 3. Skema Kerja

## Pengolahan Data

Dari bahan tabung RX 450 adalah 17-7 PH Steel, dengan data sebagai berikut:

$d_i$  : diameter dalam tabung roket = 219,1 mm

$d_o$  : diameter luar tabung roket = 224,3 mm

$G$  : modulus elastisitas geser dari tabung roket

$l$  : Panjang tabung roket = 3946 mm

## Perancangan Inersia Massa (J) dan Kekakuan Torsional Tabung (K).

Masing-masing Inersia massa tabung ( $J$ ) dirancang dengan panjang 3946 mm dengan berat  $m = 27,393$  kg dan masing-masing kekakuan torsional poros tabung dirancang dengan Panjang  $l = 720$  mm.

## Menghitung besaran K dari tabung

Dengan menggunakan persamaan (7) didapat:

$$K = \frac{\pi(0,325^4 - 312^4)8,6 \times 10^{10}}{32(0,72)} = 1,5310^4 Nm/rad$$

## Menghitung Momen Inersia dari Tabung Roket (J)

Dengan menggunakan persamaan (8)

$$J = \frac{1}{2}(2,77)(0,112^2 + 0,109^2) = 0,069 \text{ km/m}^2$$

**Menghitung Tegangan Geser Pada Tabung**

Untuk menghitung besar tegangan geser pada tabung digunakan persamaan sebagai berikut.

$$\tau = \frac{Tr}{J} \text{ dan } \theta = \frac{TL}{JG}, \text{ maka } \tau = \frac{G\theta(d_o-d_i)}{2L} \tag{9}$$

Hasil perancangan didapat sudut puntir maksimum  $\theta = 2,608^\circ$ ,  $L = 35,1 \text{ mm}$ , maka didapat  $\tau = 4,86 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$ . Tegangan geser yang diijinkan dari bahan tabung *stainless steel* AISI 304 sebesar  $25 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$  sehingga didapat *Safety Factor* ( $SF$ ) =  $\frac{\tau_s}{\tau} = \frac{25 \cdot 10^7}{4,86 \cdot 10^7} = 5,14$ . Nilai torsi dan amplitudo tabung motor roket dapat dilihat pada Tabel 1 sebagai berikut.

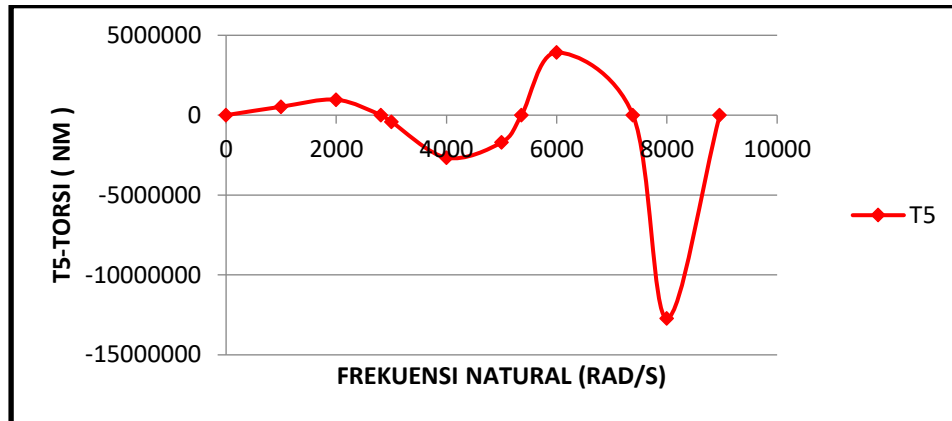
Tabel 1 . Nilai Torsi dan Amplitudo Tabung Motor Roket RX 450

<b>Parameter dari Sistem</b>					
Satuan 1	Satuan 2	Satuan 3	Satuan 4	Satuan 5	
$J_1 = 0,069$	$J_2 = 0,0989$	$J_3 = 0,1178$	$J_4 = 0,1557$	$J_5$	
$K_1 = 1,53E4$	$K_2 = 3,0E4$	$K_3 = 2,0E4$	$K_4 = 4,0E4$	$K_5 = 12E4$	
<b>Program Perhitungan</b>					
$\omega$	$\theta_1 = 1$	$\theta_2 = 1 - T_1/K_1$	$\theta_3 = \theta_2 - T_2/K_2$	$\theta_4 = \theta_3 - T_3/K_3$	$\theta_5 = \theta_4 - T_4/K_4$
$\omega^2$	$T_1 = \omega^2\theta_1J_1$	$T_2 = T_1 + \omega^2\theta_1J_1$	$T_3 = T_2 + \omega^2\theta_3J_3$	$T_4 = T_3 + \omega^2\theta_4J_4$	$T_5 = T_4 + \omega^2\theta_5J_5$
100	1	1	0,998	0,998	-0,5202
1000	6950	13897,55	20840	27775,48	5615
400	1	9,94e-1	0,9931	9,96e-1	-0,5709
160000	11200	221772	331092	4,39e+5	-30921

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Menghitung Torsi dan amplitudo

Mendapatkan hasil frekuensi natural dengan metode Holzer dimana torsi ( $T$ ) sama dengan nol, dapat dilihat pada Gambar 4.

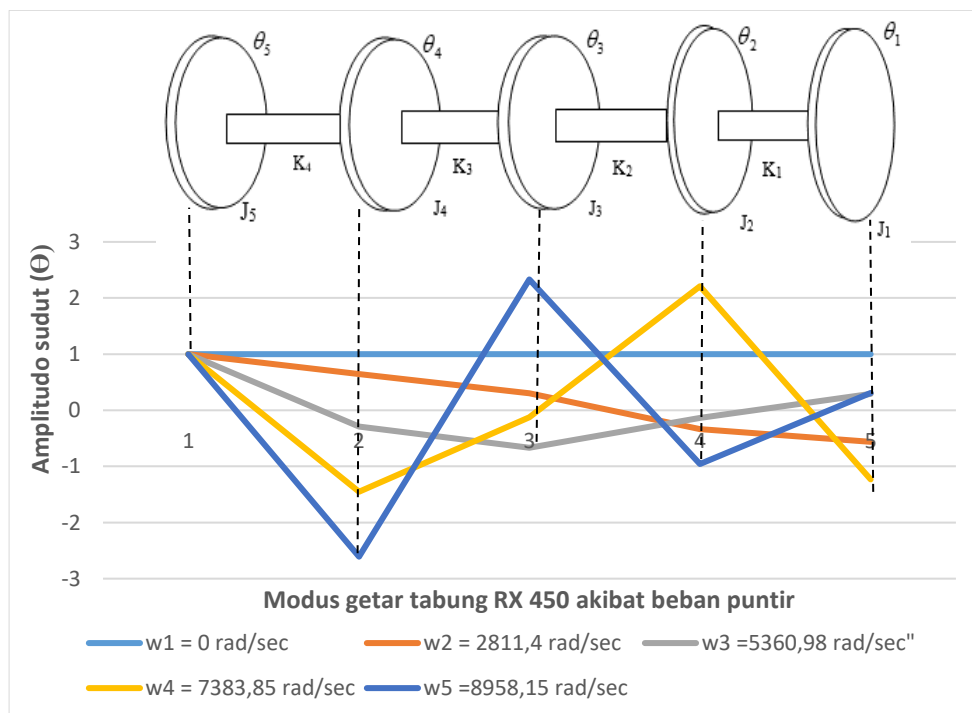


Gambar 4. Grafik Torsi  $T_5$  vs Frekuensi Natural Tabung Roket RX 450

Dari Gambar 4, hasil perhitungan frekuensi terhadap torsi akhir ( $T_4$ ) dengan metode Holzer, torsi  $T_4$  adalah torsi sebelah kanan garis horizontal dari piringan tabung roket motor roket RX 450 yang harus nol pada frekuensi natural. Dari hasil perhitungan dapat dilihat pada Gambar 4 di atas, besar frekuensi natural yaitu didapat pada saat  $T_4 = 0$ , yaitu  $\omega_1 = 0$  rad/detik,  $\omega_2 = 2811,4$  rad/detik,  $\omega_3 = 5360,98$  rad/detik,  $\omega_4 = 7383,85$  rad/detik dan  $\omega_5 = 8958,15$  rad/detik.

### Hasil Modus Getar

Hasil perhitungan modus getar dapat dilihat pada Gambar 6 berikut.



Gambar 5. Grafik Modus Getar pada Struktur Tabung Roket RX 450

Dari Gambar 5, sebuah sistem dengan 5 derajat kebebasan akan mempunyai 5 frekuensi natural. Bila getaran bebas terjadi pada salah satu frekuensi naturalnya maka hubungan yang pasti terjadi antara amplitudo-amplitudo kedua koordinat dan konfigurasi dinyatakan sebagai modus getar.

Sumbu x menyatakan sebagai jarak kedudukan dari tabung, sedangkan sumbu y adalah *displacement* ( $\theta$ ). Beberapa frekuensi disekitar  $T_5 = 0$  yaitu  $\omega_1 = 0$  rad/detik,  $\omega_2 = 2811,4$  rad/detik,  $\omega_3 = 5360,98$  rad/detik,  $\omega_4 = 7383,85$  rad/detik, dan  $\omega_5 = 8958,15$  rad/detik dimasukkan untuk mendapatkan nilai yang teliti dari bentuk ragam pertama, kedua dan ketiga. Hasil perhitungan didapat nilai *displacement* 5 buah piringan ( $\theta$ ) pada frekuensi natural dapat dilihat pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Hasil Perhitungan Nilai *Displacement* 5 Buah Piringan ( $\theta$ ) pada Frekuensi Natural

$T_5$	$\omega$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$
0	0	1	1	1	1	1
0	2811,39940	1	0,6446	0,3028	-0,3342	-0,5622
0	5360,97667	1	-0,2922	-0,6677	-0,1375	0,2896
0	7383,85033	1	-1,4514	-0,1274	2,2089	-1,2289
0	8958,14978	1	-2,6081	2,3315	-0,9598	0,3079

Hampir semua piringan bergerak tidak satu fase dan kekakuan torsi tetap tak teregang dan hanya piringan pertama yang satu fase, keempat piringan bergerak berlawanan dan kekakuan torsional terlibat secara aktif dengan suatu simpul dititik tengahnya akibatnya frekuensi naturalnya lebih tinggi.

*Faktor Keamanan (safety factor)* adalah faktor yang digunakan untuk mengevaluasi agar perencanaan suatu struktur *engineering* terjamin keamanannya dengan dimensi yang minimum. Menurut *Dobrovolsky ("Machine element")* *Faktor Keamanan / Safety Factor* berdasarkan jenis beban adalah Beban Statis: 1,25-2, Beban Dinamis: 2-3 dan Beban Kejut: 3-5.

Faktor keamanan untuk material roket padat antara 1,0-1,8 [10], berdasarkan data diatas untuk perancangan tabung roket RX 450 akibat beban torsi dengan faktor keamanan ( $sf$ ) = 5,14 tabung cukup aman.

## KESIMPULAN

Dari hasil penelitian terhadap frekuensi natural tabung roket RX 450 LAPAN dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

Besarnya frekuensi natural untuk roket RX 450 dengan  $\omega_1 = 0$  rad/detik,  $\omega_2 = 2811,4$  rad/detik,  $\omega_3 = 5360,98$  rad/detik,  $\omega_4 = 7383,85$  rad/detik dan  $\omega_5 = 8958,15$  rad/detik,  $f_1 = 648,85$  Hz. Pada saat nilai  $\omega_5 = 8958,15$  rad/detik, struktur tabung roket mempunyai *displacement* dan modus getar yang paling kritis dan tidak berada dalam satu fase. Sedangkan untuk frekuensi  $\omega_1 = 0$  rad/detik,  $\omega_2 = 2811,4$  rad/detik,  $\omega_3 = 5360,98$  rad/detik,  $\omega_4 = 7383,85$  rad/detik dan  $\omega_5 = 8958,15$  rad/detik, struktur tabung roket mempunyai modus getar yang tidak fluktuatif walaupun tidak berada dalam satu fase dan *displacement* ( $\theta$ ) tidak besar.

Untuk kelima nilai frekuensi natural yaitu  $\omega_1 = 0$  rad/detik,  $\omega_2 = 2811,4$  rad/detik,  $\omega_3 = 5360,98$  rad/detik,  $\omega_4 = 7383,85$  rad/detik dan  $\omega_5 = 8958,15$  rad/detik, keadaan struktur tabung motor roket RX 450 masih aman. Untuk nilai frekuensi terbesar yaitu  $\omega_5 = 8958,15$  rad/detik,



dengan sudut puntir  $\theta = 2,608^\circ$  tegangan geser yg terjadi sebesar  $\tau = 4,86 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$  dengan bahan tabung *stainless steel* 17-7 PH. Pada tegangan geser yang diijinkan  $\tau_{shear} = 25 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$ , maka *safety factor* untuk tabung adalah  $SF = 5,14$ , tabung cukup aman terhadap beban puntir.

## UCAPAN TERIMAKASIH

Terima kasih kepada Fakultas Teknologi Industri Universitas Jayabaya yang telah membantu dalam penyusunan makalah untuk penelitian ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] P. S. Balaji, M. Leblouba, M. E. Rahman, and L. Hieng, "Static Lateral Stiffness of Wire Rope Isolators," *Mechanics Based Design of Structure and Machine*, vol. 44, pp. 462-475, 2016.
- [2] A. B. Djatmiko, "Research Transmissibility of Vibration Dampers Equipment on Rocket RX 550 LAPAN," *Jurnal Teknologi Dirgantara*, no. 2, Dec 2017.
- [3] A. B. Djatmiko, Ediwan, and R. Gunawan, "Research on Transmissibility of Wire Rope Isolators as Damping Equipment on the RX 200 Rocket Payload," *Jurnal Teknologi Dirgantara*, vol. 19 no. 1, Jun 2021.
- [4] D. F. Ledezma-Ramirez, F. J. Elizondo-Garza, P. E. Tapia-Gonzalez, and A. García-Mederez, "Experimental characterization of dry friction isolators for shock vibration isolation," *Proceedings of the 22nd International Congress on Acoustics Buenos Aires, Argentina*, September 5-9, 2016.
- [5] T. Kranjc, J. Slavic, and M. Boltezar, "The Mass Normalisation of The Displacement and Strain Mode Shapes In A Strain Experimental Modal Analysis Using The Mass-Change Strategy," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332, Dec. 2013.
- [6] Y. Chen, J. Zhang, H. Zhang, X. Li, and J. Zhou, "Extraction of Natural Frequencies and Mode Shapes of Rotating Beams by Variational Iteration Method," *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, Jul. 2015.
- [7] P. N. Tengli, "A Study On Vibration Problems of Solid Propellant Rocket Motor," Thesis, Mechanical Engineering, PES Institute of technology, Bangalore, 2011.
- [8] K. S. Bernstein, R. Kujala, V. Fogt, P. Romine, *Structural Design Requirements And Factors of Safety For Spaceflight Hardware*. Houston, TX: Lyndon B. Johnson Space Center, 2011.
- [9] C. C. Huang, and C. C. Ma, "Experimental Measurement of Mode Shapes and Frequencies for Vibration of Plates by Optical Interferometry Method," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 123, Oct. 2000.
- [10] G. Di Massa, S. Pagano, and S. Strano "Cabinet and Shelter Vibration Isolation Numerical and Experimental Investigation," *Engineering Letters*, vol. 22, no. 4, Nov 2014.
- [11] M. Puff, A. Kopanoudis, A. V. Seck, and S. Ruan, "Introduction of an Innovative Base Isolation System for Seismic Protection of HV Components Based on a Combination of Wire Ropes and Viscous Dampers," *WIT Transactions on The Built Environment, ITT Control Technologies EMEA GmbH, Germany 2Siemens AG, Germany ITT Enidine Inc.*, vol. 152, 2015.